Lista 2 Exercício Unidades 4, 5, 6

1) Dado o vetor $\vec{v} = (4,3,2)$ e $P_0 = (1,3,5)$, crie equação vetorial, paramétrica, simétrica e reduzida da reta r.

- Eq. vetorial: $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

$$(x, y, z) = (1, 3, 5) + t(4, 3, 2)$$

- Eqs. Paramétricas:

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$$

- Eqs. simétricas:

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \rightarrow t = \dfrac{x-1}{4} \\ y = 3 + 3t \rightarrow t = \dfrac{y-3}{3} \\ z = 5 + 2t \rightarrow t = \dfrac{z-5}{2} \end{cases} \rightarrow \quad \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{2}$$

- Eq. Reduzida: A partir das equações simétricas pode-se exprimir duas variáveis em função da terceira.

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{3}$$

$$3(x-1) = 4(y-3)$$

$$3x - 3 = 4y - 12$$

$$4y = 3x + 9$$

$$\boxed{y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}}$$

$$\frac{x-1}{4} = \frac{z-5}{2}$$

$$2(x-1) = 4(z-5)$$

$$2x - 2 = 4z - 20$$

$$4z = 2x + 18$$

$$z = \frac{2}{4}x + \frac{18}{4} \rightarrow \boxed{z = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}}$$

2) Dado os pontos $A = (0,1,0)$ e $B = (4,2,1)$, dê as equações vetonial e panamétnica da neta.

$P_0 = A = (0,1,0) = (x_0, y_0, z_0) \rightarrow$ ponto

$\vec{V} = \vec{AB} = B - A = (4,2,1) - (0,1,0) = (4,1,1)$

Assim, $(x,y,z) = (0,1,0) + t(4,1,1) \rightarrow$ Eq. vetonial

$\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} \rightarrow$ Eqs. panamétnicas

3) Detenmine a equação do plano π que passa pelo ponto $D = (1,0,-2)$, sendo $\vec{n} = (0,-1,3)$ o vetor nonmal ao plano π.

$\begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 3 \end{cases}$ e $\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = -2 \end{cases}$

$\pi: ax + by + cz + d = 0$

$(0)(1) + (-1)(0) + 3(-2) + d = 0$

$0 - 0 - 6 + d = 0$

$\boxed{d = 6}$

Pontanto, $\cancel{0 \cdot x} - 1 \cdot y + 3z + 6 = 0$

$\boxed{-y + 3z + 6 = 0}$

4) Detenmine a equação do plano π que passa pelo ponto $A = (1,3,8)$, sendo o vetor nonmal $\vec{n} = (0,1,1)$.

$\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 3 \\ z_0 = 8 \end{cases}$ e $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$

$\pi: ax + by + cz + d = 0$

$\cancel{(0) \cdot 1} + (1) \cdot 3 + (1) \cdot 8 + d = 0$

$3 + 8 + d = 0$

$\boxed{d = -11}$

Logo, a equação genal do plano é:

$\cancel{(0) \cdot x} + (1) y + (1) z - 11 = 0$

$\boxed{y + z - 11 = 0}$

5) Calcule a distância entre o ponto $P = (1,-2,3)$ e a reta $r: (x,y,z) = (3,2,0) + t(3,4,7)$.

$$\begin{cases} \text{Ponto } P = (1,-2,3) \\ \text{Ponto } A = (3,2,0) \\ \text{vetor } \vec{v} = (3,4,7) \end{cases} \qquad d(P,r) = \frac{\|\vec{v} \times \overrightarrow{AP}\|}{\|\vec{v}\|}$$

$$\overrightarrow{AP} = P - A = (1,-2,3) - (3,2,0) = (-2,-4,3)$$

$$\vec{v} \times \overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 7 \\ -2 & -4 & 3 \end{vmatrix} = (12+28)\hat{i} + (-14-9)\hat{j} + (-12+8)\hat{k} = 40\hat{i} - 23\hat{j} - 4\hat{k}$$

$$\vec{v} \times \overrightarrow{AP} = (40,-23,-4)$$

$$d(P,r) = \frac{\|(40,-23,-4)\|}{\|(3,4,7)\|} = \frac{\sqrt{(40)^2 + (-23)^2 + (-4)^2}}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2 + (7)^2}} = \frac{\sqrt{1600 + 529 + 16}}{\sqrt{9 + 16 + 49}}$$

$$d(P,r) \cong \frac{46,31}{8,60} \cong 5,38 \text{ u.c.}$$