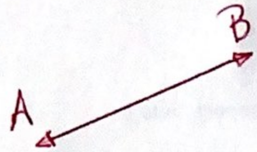
Ex: Prove que, se $A \neq B$, então (A,B) e (B,A) são de mesmo comprimento, mesma direção e sentido contrário.

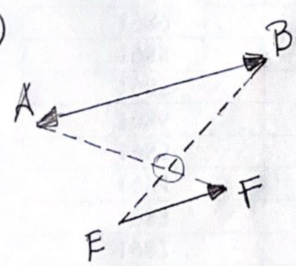


a) Os segmentos orientados (A,B) e (B,A) tem mesmo comprimento se os segmentos geométricos, AB e BA tem comprimentos iguais.
Supomos que $\overline{AB} = x$, logo $\overline{BA} = x$. Portanto, (A,B) e (B,A) tem mesmo comprimento.

b) (A,B) e (B,A) tem mesma direção se $\overline{AB}$ e $\overline{BA}$ são paralelos ou "colineares".

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BA}$ são colineares, portanto, segundo def. 2, (A,B) e (B,A) são de mesma direção.

c)



Os segmentos (A,B) e (B,A) são de mesmo sentido se (A,B) e (E,F) também são. Caso contrário, são de sentidos opostos.

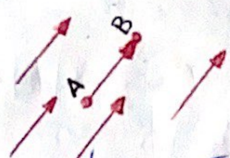
No nosso caso, (A,B) e (E,F) são de sentidos contrários, portanto, (A,B) e (B,A) tem sentidos opostos.

Unidade 2 - Vetores

Vetor:

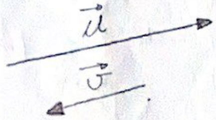
- Considere o segmento orientado $\vec{AB}$. Definimos por vetor, o conjunto formado por todos os segmentos orientados que possuem a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento que $\vec{AB}$.

- Representação geométrica do vetor:

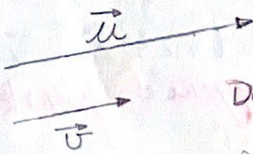


- Para representar de forma algébrica um vetor, nós usamos uma letra minúscula do nosso alfabeto com uma seta acima dela. Por exemplo: "Seja um vetor $\vec{v}$...".

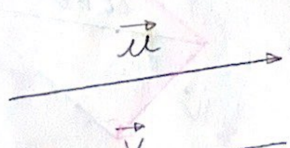
Exemplo: Represente geometricamente dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ que possuam apenas:
(a) a mesma direção;
(b) a mesma direção e sentido;
(c) a mesma direção e comprimento.

a)


Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ com apenas a mesma direção.

b)


Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ com apenas a mesma direção e sentido.

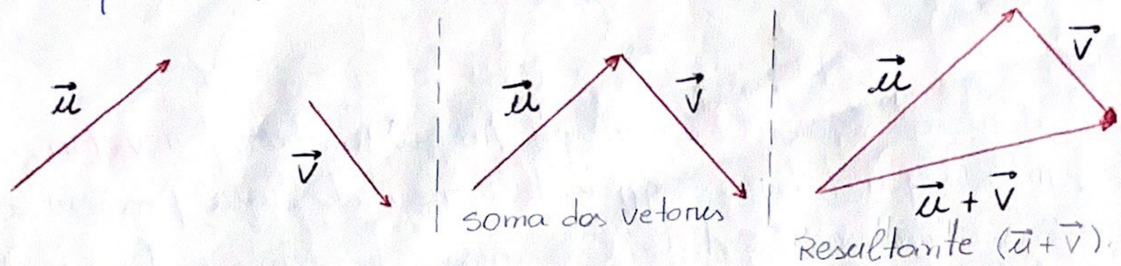
c)


Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ com apenas a mesma direção e comprimento.

Soma entre vetores

* Noção intuitiva de soma:

- considere os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ ilustrados na figura abaixo. Como podemos somar esses vetores?



* Definição de soma:

- Para somar os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, obtendo assim $\vec{u}+\vec{v}$, seguimos os seguintes passos:

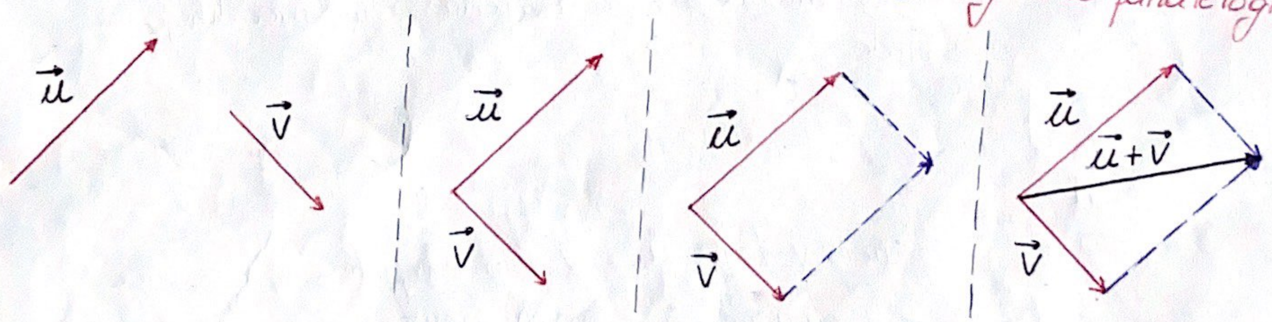
(1) Escolher um representante do vetor $\vec{u}$;

(2) Escolher um representante do vetor $\vec{v}$, tal que a origem desse representante seja igual ao final do representante do vetor $\vec{u}$.

(3) O vetor $\vec{u}+\vec{v}$ será representado pelo segmento orientado com mesma origem do representante de $\vec{u}$ e com o mesmo final do final de $\vec{v}$.

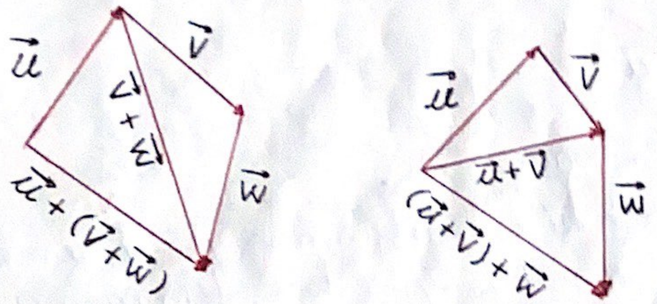
Obs: Essa forma de calcular a soma entre vetores é chamada de "regra do triângulo".

- Podemos também calcular a soma dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ de outra maneira. Usando a chamada "regra do paralelogramo".



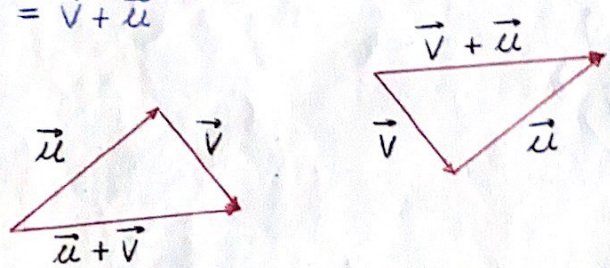
* Propriedades da soma – Associativa

$\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$



* Propriedades da soma – comutativa

$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$



* Propriedades da soma – Elemento neutro

$\vec{u} + \vec{v} = \vec{u}$

– Esse vetor $\vec{v}$ é chamado de vetor nulo e é representado por $\vec{0}$. Podemos então reescrever a equação anterior da seguinte forma

$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$

– Para entender melhor a equação acima, suponha que $\vec{AB}$ seja um representante de $\vec{u}$ e $\vec{BB}$ seja um representante de $\vec{0}$. Temos que $\vec{AB} + \vec{BB} = \vec{AB}$.

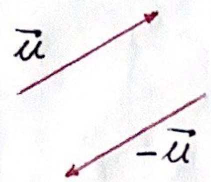
* Propriedades da soma – Simétrico

$\vec{u} + \vec{v} = 0$

– Esse vetor $\vec{v}$ é chamado de vetor simétrico de $\vec{u}$. Nós representamos esse vetor por $-\vec{u}$. Podemos então reescrever a equação anterior da seguinte forma:

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = 0$$

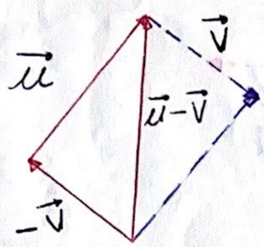
os vetores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ possuem a mesma direção e o mesmo comprimento, mas possuem sentidos opostos.



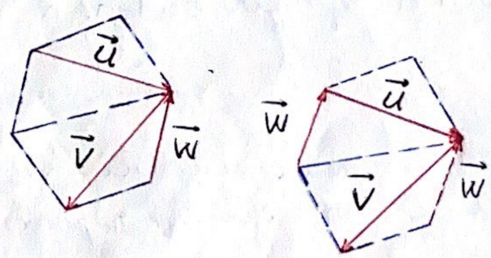
* Subtração entre vetores

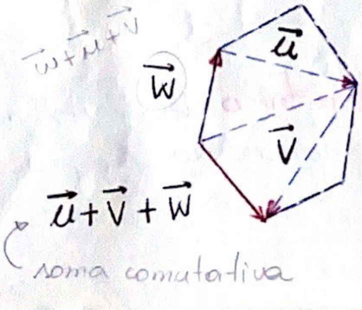
- Considere os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$. Definimos $\vec{u}-\vec{v}$ como sendo a soma entre os vetores $\vec{u}$ e $-\vec{v}$. Isto é, definimos que:

$$\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$$



<u>Exemplo</u>: Considerando os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ ilustrados sobre o hexágono regular abaixo, calcule $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$.



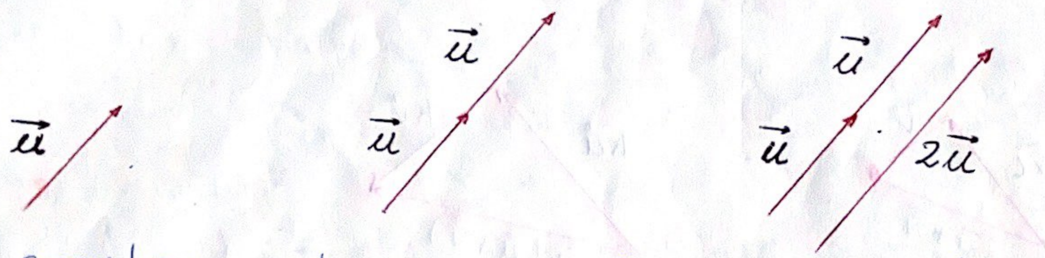


soma comutativa

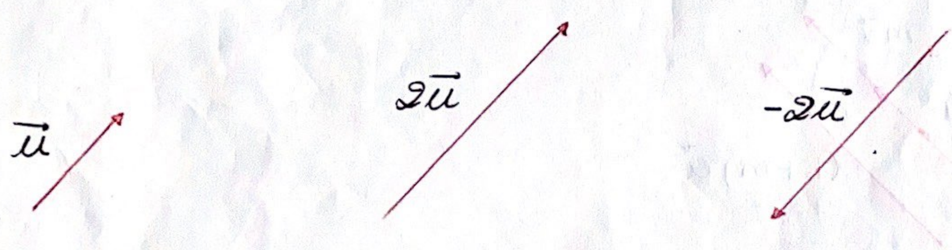
Produto por escalar

* Noção intuitiva:

- Considere o vetor $\vec{u}$ e o escalar 2. Como podemos multiplicar $\vec{u}$ por 2? É natural imaginar que $2\cdot\vec{u}$ deve ser o mesmo que $\vec{u}+\vec{u}$.



- Considere o vetor $\vec{u}$ e o escalar -2. Como podemos multiplicar $\vec{u}$ por -2? Basta calcular $2\vec{u}$ e tomar o seu simétrico.



* Definição de produto por escalar:

- Para multiplicar o vetor $\vec{v}$ e o escalar k, obtendo assim $k\vec{v}$, precisamos determinar um vetor tal que:
  - é $\vec{0}$, caso $k=0$ ou $\vec{v}=\vec{0}$;
  - tem a mesma direção de $\vec{v}$ (isto é, $k\vec{v} \parallel \vec{v}$);
  - tem comprimento $|k|$ vezes do comprimento de $\vec{v}$;
  - tem o mesmo sentido de $\vec{v}$ caso $k>0$ e sentido contrário caso $k<0$

Obs:

Se $|k|<1$, então $k\vec{v}$ tem comprimento <u>menor</u> do que $\vec{v}$.

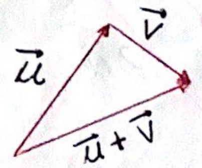
Se $|k|>1$, então $k\vec{v}$ tem comprimento <u>maior</u> do que $\vec{v}$.

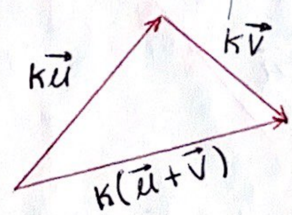
* Propriedades do produto por escalar:

→ **Associativa**: $k(m\vec{u}) = (km)\vec{u} = m(k\vec{u})$

→ **Elemento Neutro**: $1\vec{u} = \vec{u}$

→ **Distributiva**: $k(\vec{u}+\vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ (em relação a soma de vetores)

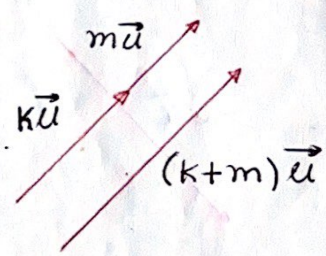




considerando k um escalar positivo

lembrando dos conceitos de Geometria plana, por semelhança de triângulos se um lado do triângulo é igual ao mesmo lado do outro triângulo, todos os lados são iguais.

→ **Distributiva**: $(k+m)\vec{u} = k\vec{u} + m\vec{u}$ (em relação a soma de escalares)



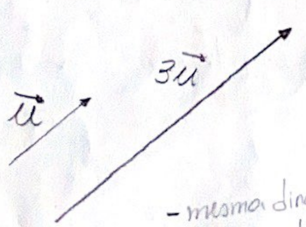
Exemplo: Considerando os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ ilustrado abaixo, calcule:

(a) $3\vec{u}$

(b) $-\frac{1}{2}\vec{v}$

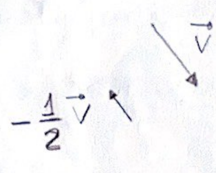
(c) $3\vec{u}+\frac{1}{2}\vec{v}$

a)

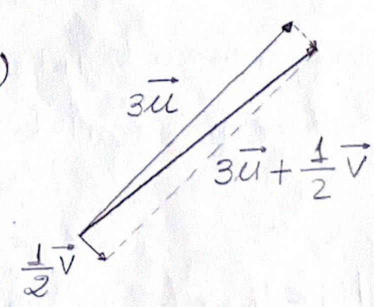


- mesma direção
- mesmo sentido
- 3x vetor $\vec{u}$

b)



c)

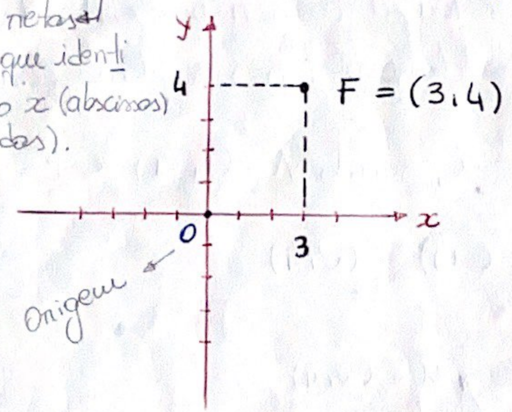


Vetores no Plano e no Espaço

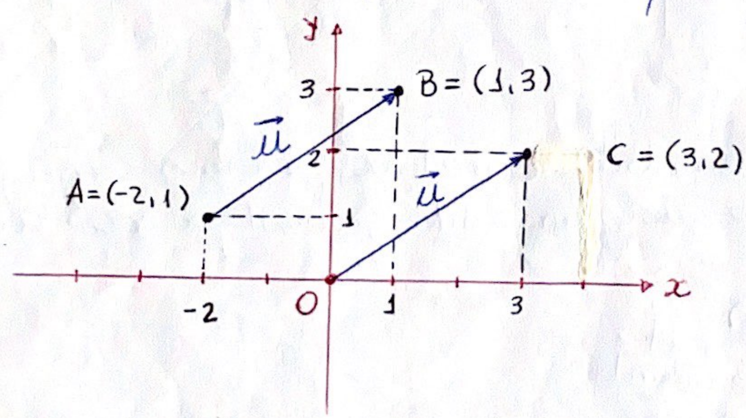
* Plano cartesiano:

- Escolhendo uma unidade de medida, podemos localizar no plano cartesiano qualquer ponto que esteja sobre ele.

É formado por 2 retas perpendiculares, que identificamos como eixo x (abscissas) e eixo y (ordenadas).



- Suponha agora que o vetor $\vec{u}$ tem um representante $\overrightarrow{AB}$, sendo $A = (-2,1)$ e $B = (1,3)$ pontos sobre o plano cartesiano.



obs: O segmento orientado $\overrightarrow{OC}$, também é um representante do vetor $\vec{u}$.

Nós diremos que as coordenadas de $\vec{u}$ são 3 e 2, sendo que usaremos a notação $\vec{u} = (3,2)$.

* Definição de coordenadas de um vetor no plano

- Seja $\overrightarrow{AB}$ um representante do vetor $\vec{u}$, sendo que $A = (x_0, y_0)$ e $B = (x_1, y_1)$ são dois pontos no plano cartesiano. Chamamos

$$\vec{u} = (x_1 - x_0, y_1 - y_0),$$

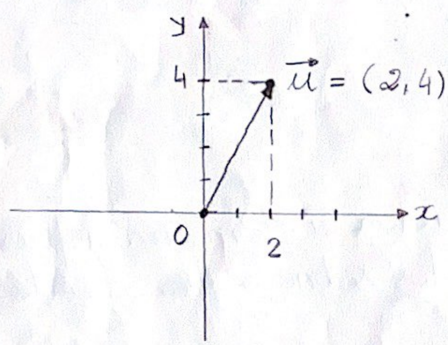
para denotar que o segmento orientado $\overrightarrow{OC}$, que vai de $O = (0,0)$ até $C = (x_1 - x_0, y_1 - y_0)$, é um representante de $\vec{u}$. Os escalares $x_1 - x_0$ e $y_1 - y_0$ são chamados de coordenadas do vetor $\vec{u}$.

Obs: Definindo a operação B - A como sendo $(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$, podemos escrever que $\vec{u} = B - A$.

Exemplo: Sejam os pontos $A = (1, -1)$ e $B = (3, 3)$. Determine as coordenadas do vetor $\vec{u}$ com representante $\overrightarrow{AB}$. Além disso, esboce o gráfico desse vetor no plano cartesiano.

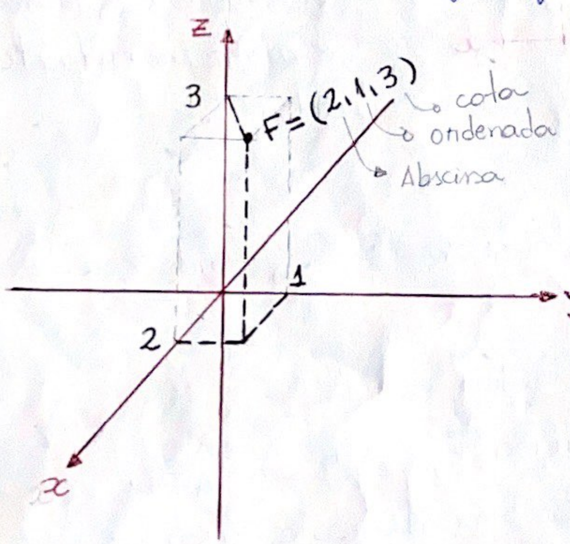
R| $\overrightarrow{AB}$ é representante de $\vec{u}$, sendo $A = (1, -1)$ e $B = (3, 3)$.

$$\vec{u} = B - A = (3 - 1,\ 3 - (-1)) = (2, 4)$$



* Espaço cartesiano:

- Escolhendo uma unidade de medida, podemos localizar no espaço cartesiano qualquer ponto que esteja sobre ele.

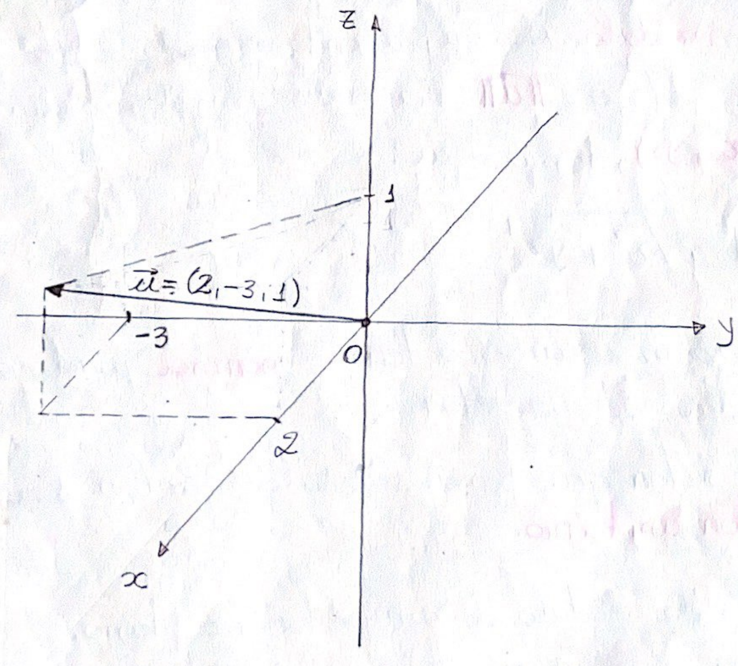


* Definição de coordenadas de um vetor no espaço.

- Seja $\vec{AB}$ um representante do vetor $\vec{u}$, sendo que $A=(x_0, y_0, z_0)$ e $B=(x_1, y_1, z_1)$ são dois pontos no espaço cartesiano. Chamamos $\vec{u}=(x_1-x_0, y_1-y_0, z_1-z_0)$. Restante é análogo a definição anterior.

Exemplo: Sejam os pontos $A=(1,-1,2)$ e $B=(3,-4,3)$. Determine as coordenadas do vetor $\vec{u}$ com representante $\vec{AB}$. Além disso, esboce o vetor no espaço cartesiano.

R) $\vec{AB}$ é representante de $\vec{u}$, sendo $A=(1,-1,2)$ e $B=(3,-4,3)$.
$\vec{u}=B-A=(3-1, -4-(-1), 3-2)=(2,-3,1)$



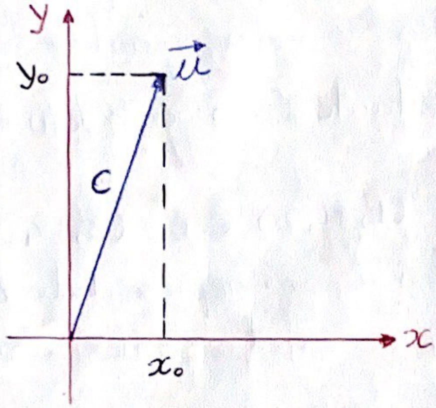
Observações: • O conjunto formado por todos os pontos que estão no plano cartesiano é denotado por $\mathbb{R}^2$. Ou seja, temos que:
$$\mathbb{R}^2=\{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R}\}.$$

• O conjunto formado por todos os pontos que estão no espaço cartesiano é denotado por $\mathbb{R}^3$. Ou seja, temos que:
$$\mathbb{R}^3=\{(x,y,z) \mid x,y,z \in \mathbb{R}\}.$$

• Tanto o plano cartesiano quanto o espaço cartesiano são chamados de sistema de coordenadas.

Módulo de vetores

* Noção intuitiva: vetor no plano



Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos que:

$$c = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}.$$

* Definição do módulo de um vetor no plano

– O comprimento de qualquer representante de um vetor $\vec{u}$ é chamado de módulo. Nós representamos o módulo do vetor $\vec{u}$ através da notação $\|\vec{u}\|$. Fixando um plano cartesiano tal que $\vec{u} = (x_0, y_0)$, temos que:

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}.$$

Obs: • Também usamos o termo norma para se referir ao módulo de um vetor.

• Um vetor que possui módulo igual a 1 é chamado de vetor unitário.

* Propriedades do módulo de um vetor no plano.

– Dados um escalar k e dois vetores $\vec{u} + \vec{v}$ quaisquer, as seguintes propriedades são válidas.

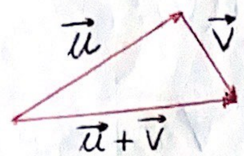
(i) $\|\vec{u}\| \geq 0$;

(ii) $\|\vec{u}\| = 0$, se e somente se, $\vec{u} = \vec{0}$;

(iii) $\|k\vec{u}\| = |k| \cdot \|\vec{u}\|$;

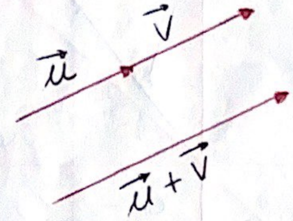
(iv) (desigualdade triangular) $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

Obs: Quando $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não possuem a mesma direção, temos que:



$$\|\vec{u}+\vec{v}\| < \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$$

Quando $\vec{u}$ e $\vec{v}$ possuem a mesma direção, temos que:



$$\|\vec{u}+\vec{v}\| = \|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$$

Exemplo: Prove que para todo escalar k e qualquer vetor $\vec{u}$ no plano, temos que: $\|k\vec{u}\| = |k|\cdot\|\vec{u}\|$.

Supondo que $\vec{u} = (x_0, y_0)$, sabemos que $k\vec{u} = (kx_0, ky_0)$. Desse modo, temos que $\|k\vec{u}\| = \sqrt{(kx_0)^2+(ky_0)^2} = \sqrt{k^2(x_0^2+y_0^2)} = \sqrt{k^2}\cdot\sqrt{x_0^2+y_0^2}$

$$\boxed{\|k\vec{u}\| = |k|\cdot\|\vec{u}\|}$$

Exemplo: Determine um vetor $\vec{v}$ tal que $\|\vec{v}\| = 10$ e de modo que ele tenha a mesma direção e sentido contrário a $\vec{u} = (-1, 2)$.

Como $\vec{v}$ e $\vec{u}$ devem possuir a mesma direção, devemos ter $\vec{v} = k\vec{u}$. Assim,

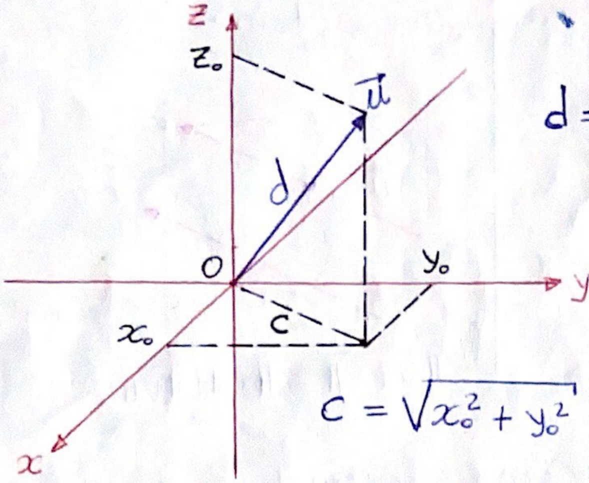
$\|\vec{v}\| = 10 \rightarrow \|k\vec{u}\| = 10 \rightarrow |k|\cdot\|\vec{u}\| = 10 \rightarrow |k|\cdot\sqrt{(-1)^2+(2)^2} = 10$

$|k|\cdot\sqrt{5} = 10 \rightarrow \boxed{k = \pm 2\sqrt{5}}$

Portanto, já que $\vec{v}$ e $\vec{u}$ devem ter sentidos contrários, temos então que:

$$\boxed{\vec{v} = -2\sqrt{5}\,(-1, 2)}$$

* Noção intuitiva: vetor no espaço



$$d = \sqrt{z_0^2 + \left(\sqrt{x_0^2 + y_0^2}\right)^2}$$

$$\hookrightarrow d = \sqrt{z_0^2 + x_0^2 + y_0^2}$$

* Definição do módulo de um vetor no espaço.

- O comprimento de qualquer representante de um vetor $\vec{u}$ é chamado de módulo. Nós representamos o módulo do vetor $\vec{u}$ através da notação $\|\vec{u}\|$. Fixando um espaço cartesiano tal que $\vec{u} = (x_0, y_0, z_0)$, temos que $\|\vec{u}\| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$.

* Propriedades do módulo de um vetor no espaço

- Igual às propriedades do módulo de um vetor no plano.

Exemplo: Determine um vetor unitário $\vec{v}$ que possua a mesma direção e sentido do vetor $\vec{u} = (1, -1, 2)$.

obs: como $\vec{v}$ e $\vec{u}$ devem possuir a mesma direção, deveríamos ter $\vec{v} = k\vec{u}$

$\|\vec{v}\| = 1$

$\|k\vec{u}\| = 1 \rightarrow |k| \cdot \|\vec{u}\| = 1 \rightarrow |k| \cdot \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (2)^2} = 1 \rightarrow$

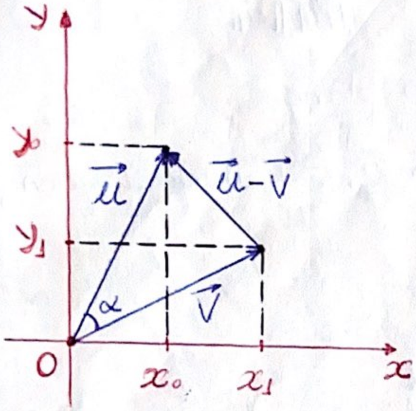
$\rightarrow |k| \cdot \sqrt{6} = 1 \rightarrow \boxed{k = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}}$

Já que $\vec{v}$ e $\vec{u}$ devem ter o mesmo sentido, temos então que: $\boxed{\vec{v} = \frac{\sqrt{6}}{6}(1, -1, 2)}$

Produto Interno

* Noção intuitiva

- como calcular o ângulo formado entre dois vetores não nulos que estão sobre um mesmo plano?



Aplicando a Lei dos cossenos, temos:

$$\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|\cdot\cos\alpha$$

$$\left(\sqrt{(x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{x_0^2+y_0^2}\right)^2 + \left(\sqrt{x_1^2+y_1^2}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{x_0^2+y_0^2}\cdot\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\cos\alpha$$

$$(x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2 = x_0^2+y_0^2+x_1^2+y_1^2 - 2\cdot\sqrt{x_0^2+y_0^2}\cdot\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\cos\alpha$$

$$\cancel{x_0^2} - 2x_0x_1 + \cancel{x_1^2} + \cancel{y_0^2} - 2y_0y_1 + \cancel{y_1^2} = \cancel{x_0^2} + \cancel{y_0^2} + \cancel{x_1^2} + \cancel{y_1^2} - 2\sqrt{x_0^2+y_0^2}\cdot\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\cos\alpha$$

$$-2(x_0x_1+y_0y_1) = -2\sqrt{x_0^2+y_0^2}\cdot\sqrt{y_0^2+y_1^2}\cos\alpha$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{x_0x_1+y_0y_1}{\underbrace{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}_{\|\vec{u}\|}\ \underbrace{\sqrt{y_0^2+y_1^2}}_{\|\vec{v}\|}}}$$

* Definição do produto interno no plano

- Sejam os vetores $\vec{u}=(x_0, y_0)$ e $\vec{v}=(x_1, y_1)$ sobre o mesmo plano cartesiano. Nós representamos o produto interno entre esses vetores através da notação $\vec{u}\cdot\vec{v} = x_0x_1 + y_0y_1$.

$\vec{u}$ interno à $\vec{v}$

Obs: • Também usamos o termo produto escalar para se referir ao produto interno.

• Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores não nulos, então o ângulo α formado entre eles é tal que: $\cos\alpha = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|}$.

* Propriedades do produto interno no plano.

- Dados um escalar k e três vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ quaisquer, as seguintes propriedades são válidas.

(i) (comutativa) $\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}$;

(ii) (Distributiva) $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$;

(iii) $(k\vec{u})\cdot\vec{v} = \vec{u}\cdot(k\vec{v}) = k(\vec{u}\cdot\vec{v})$;

(iv) $\vec{u}\cdot\vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

Exemplo: Prove que se $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ com $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não nulos, então $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais.

R) Por hipótese os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são nulos. Seja α o ângulo formado entre eles. Sabemos que:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|}.$$

Como $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$, por hipótese, temos que:

$$\cos\alpha = 0$$

Desse modo, concluímos que $\alpha = 90°$. Portanto, os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais.

Obs: Para representar que os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais, usamos a notação $\vec{u}\perp\vec{v}$.

Exemplo: Dê um exemplo de três vetores não nulos $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ tais que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, mas $\vec{v} \neq \vec{w}$.

R) Considere os vetores não nulos $\vec{u} = (1,2)$, $\vec{v} = (5,-2)$ e $\vec{w} = (3,-1)$.

Temos que: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) = 1,$

$\vec{u} \cdot \vec{w} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) = 1.$

Note que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, mas $\vec{v} \neq \vec{w}$

Observação: Esse exercício nos mostra que no produto interno nem sempre é válida a simplificação:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w} \rightarrow \cancel{\vec{u}} \cdot \vec{v} = \cancel{\vec{u}} \cdot \vec{w} \rightarrow \vec{v} = \vec{w}.$$

* Propriedades do produto interno no espaço.
  - Igual as propriedades do produto interno no plano.

Exemplo: Se $\vec{v} = (-1, 2, 5)$ e $\vec{w} = (\frac{1}{2}, 1, -1)$, então determine o vetor unitário $\vec{u}$ tal que $\vec{u} \perp \vec{v}$ e $\vec{u} \perp \vec{w}$.

R) Devemos determinar $\vec{u} = (x, y, z)$ tal que

$$\begin{cases} \|\vec{u}\| = 1 \\ \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{w} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 1 \\ -x + 2y + 5z = 0 \\ \frac{1}{2}x + y - z = 0 \end{cases}$$

Vamos começar determinando x e y em função de z. Isto é, desejamos resolver o sistema:

$$\begin{cases} -x + 2y = -5z \\ \frac{1}{2}x + y = z \quad (\times 2) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -x + 2y = -5z \\ x + 2y = 2z \end{cases}$$

Somando as duas equações, temos:

$$4y = -3z \rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{4}z}$$

Substituindo essa expressão para y em qualquer uma das duas equações, fica: $\boxed{x = \frac{7}{2}z}$

Voltando para o sistema original, temos:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2+z^2} = 1 \\ x = \frac{7}{2}z \\ y = -\frac{3}{4}z \end{cases} \longrightarrow \sqrt{\left(\frac{7}{2}z\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}z\right)^2 + z^2} = 1 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \frac{221}{16}z^2 = 1 \longrightarrow \boxed{z = \pm\frac{4\sqrt{221}}{221}}$$

Desse modo, temos duas possibilidades:

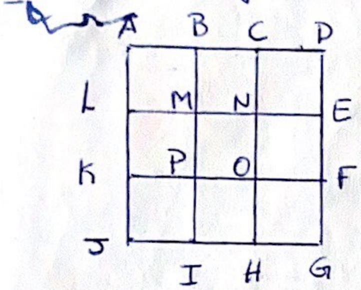
$$\boxed{\vec{u} = \frac{\sqrt{221}}{221}(14,-3,4)}$$

ou

$$\boxed{\vec{u} = \frac{\sqrt{221}}{221}(-14,3,-4)}$$

Lista — Geometria Analítica - Revisão

1) A figura abaixo é constituída de nove quadrados congruentes (de mesmo tamanho). Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações:



a) $\vec{AB} = \vec{OF}$ (V)

b) $\vec{AM} = \vec{PH}$ (V)

c) $\vec{BC} = \vec{OP}$ (F)

d) $\vec{KN} = \vec{FI}$ (F)

e) $\vec{AC} \parallel \vec{HI}$ (V)

f) $\vec{PE} \perp \vec{EC}$ (F)

g) $|\vec{AC}| = |\vec{FP}|$ (V)

2) Com base na figura do item anterior, determine os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A.

a) $\vec{AC} + \vec{CN}$ $(\vec{AN})$

b) $\vec{AB} + \vec{BD}$ $(\vec{AD})$

c) $\vec{AC} + \vec{DC}$ $(\vec{AB})$

d) $\vec{AC} + \vec{AK}$ $(\vec{AO})$

e) $\vec{AC} + \vec{EO}$ $(\vec{AM})$

f) $\vec{AM} + \vec{BL}$ $(\vec{AK})$

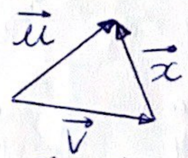
g) $\vec{AK} + \vec{AN}$ $(\vec{AH})$

h) $\vec{LP} + \vec{PN} + \underset{NF}{\vec{PB}}$ $(\vec{AE})$

i) $\vec{AO} - \vec{OE}$ $(\vec{AI})$

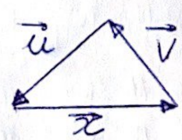
3) Determine o vetor $\vec{x}$ nas figuras:

a)



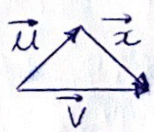
$\vec{x} = \vec{u} - \vec{v}$

b)



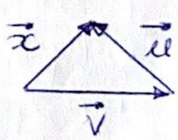
$\vec{x} = -\vec{u} - \vec{v}$

c)



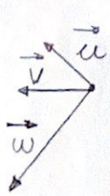
$\vec{x} = \vec{v} - \vec{u}$

d)



$\vec{x} = \vec{u} + \vec{v}$

4) Representados os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ como na figura, obter graficamente o vetor $\vec{x}$ tal que $\vec{x} = 2\vec{u} - 3\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$.



Resposta: