# UNIDADE 7 - Parábola

Nota: Faremos toda a abordagem levando-se em conta o Plano Cartesiano

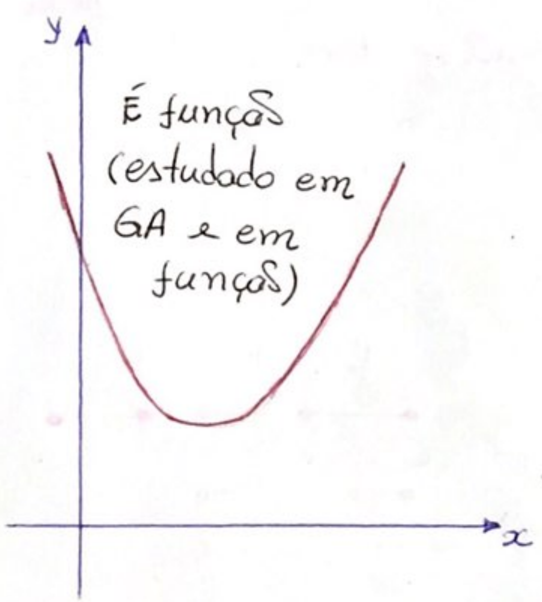
Nota 2: No ensino médio, Parábolas também são estudadas em função quadrática. Veremos que a abordagem da Geometria Analítica estende em muitos conceitos já vistos.

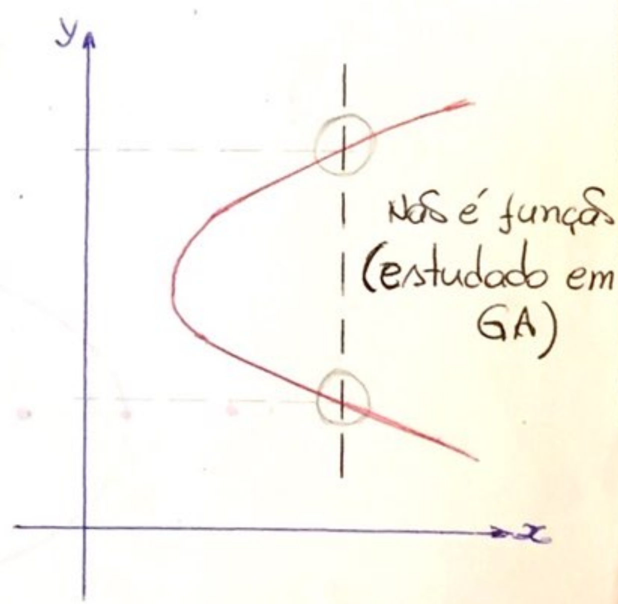
## Funções Quadrática X Geometria Analítica

Em funções, aprendemos que o gráfico de uma função polinomial do segundo grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ dá origem a uma parábola.

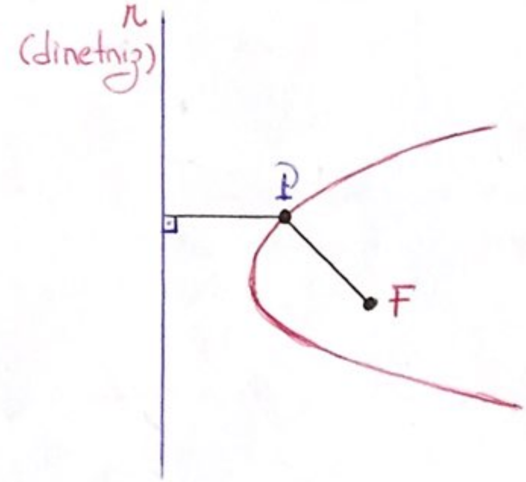
Este conceito continua sendo importante na abordagem desta curva no âmbito da Geometria Analítica. Caso não lembre, revisar estes conceitos.

Em GA, a Parábola em um gráfico não necessariamente precisa estar relacionada a uma função.



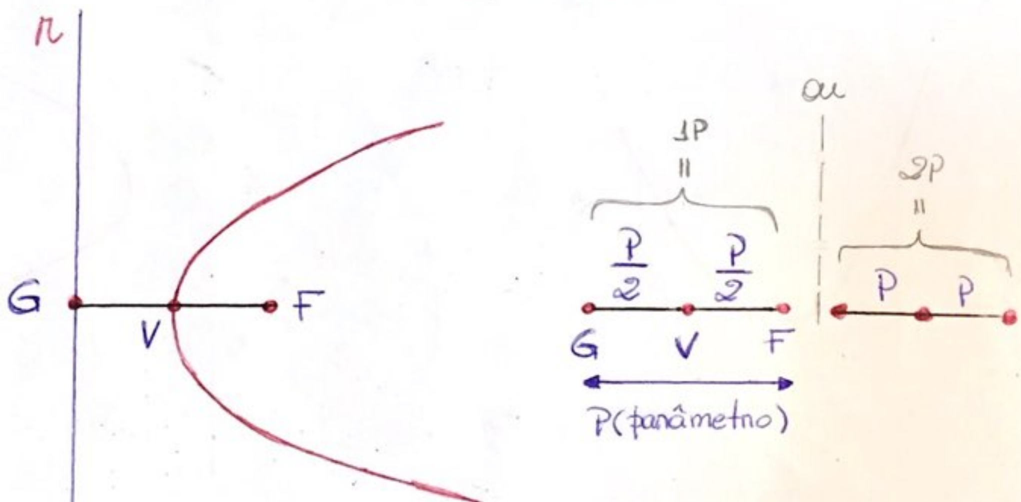
Definição: Considere em um plano qualquer um ponto F e uma reta r. Parábola é o lugar geométrico dos pontos equidistantes da reta r e o ponto F. A reta r é chamada de diretriz.



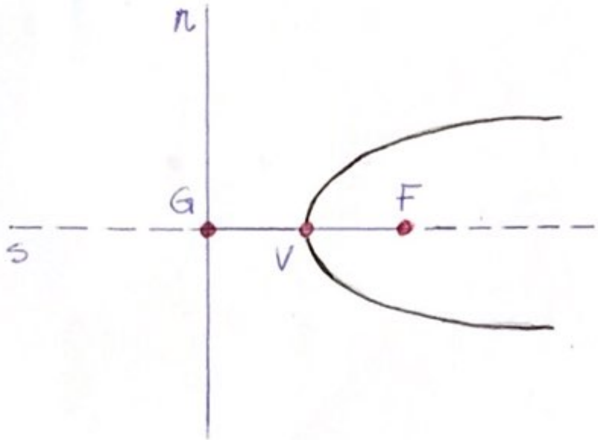

Nota: A definição de Parábola em GA amplia o conceito de parábola já visto em função. Todos os conceitos já vistos em "Função" continuam sendo válidos em GA.

## PARÂMETRO

- Parâmetro é a distância do Foco (F) até a diretriz (reta r).
- O Vértice é o ponto médio do Parâmetro.

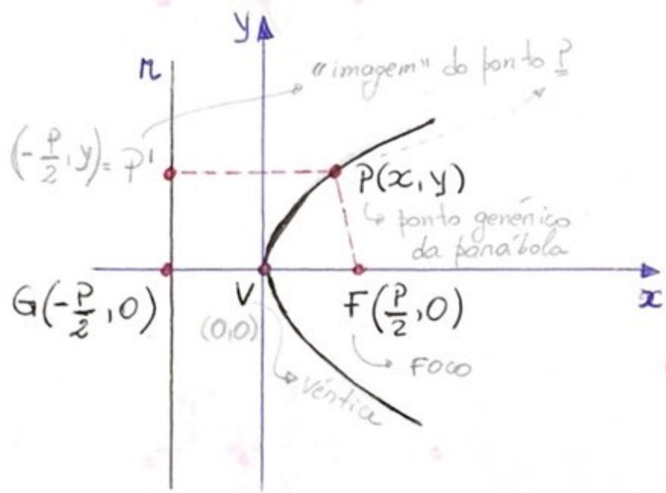


## ELEMENTOS DA PARÁBOLA




* reta r: Diretriz
* V: Vértice
* $\overline{GF}$: Parâmetro
* F: Foco
* reta s: Eixo de simetria

## DEDUÇÃO DA FÓRMULA (EQUAÇÃO CANÔNICA DA PARÁBOLA - V≡O)




* $d_{PF}$ = distância entre P e F
* $d_{Pr}$ = distância entre P e a reta r
* $d_{PF} = d_{Pr}$

Então temos:

(1) $$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$ equação de um ponto até uma reta.

$x = -\frac{p}{2}$ (eq. da diretriz)

$x + 0y + \frac{p}{2} = 0$ (eq. normal da diretriz)

$$d_{Pr} = \frac{|1x + 0 + \frac{p}{2}|}{\sqrt{1^2 + 0^2}}$$

$$\boxed{d_{Pr} = \left|x + \frac{p}{2}\right|}$$

(2) Cálculo da distância P ao Foco F:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d_{PF} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + (y - 0)^2}$$

$$d_{PF} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}$$

Como $d_{PF} = d_{Pr}$, temos:

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right|$$

Elevando os dois lados ao quadrado:

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$$

$$x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$$

$$\cancel{x^2} - px + \cancel{\frac{p^2}{4}} + y^2 - \cancel{x^2} - px - \cancel{\frac{p^2}{4}} = 0$$

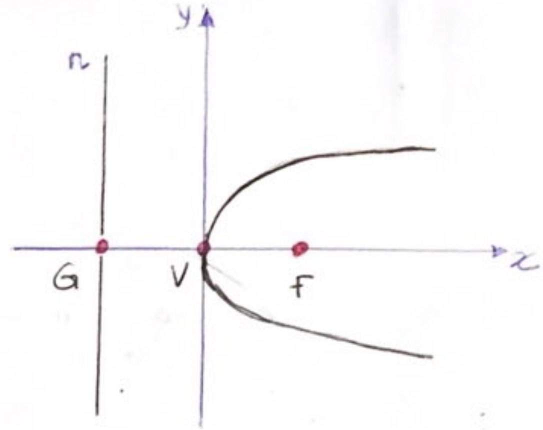
$$y^2 - 2px = 0$$

$$\boxed{y^2 = 2px}$$

## Equação 1

Quando a parábola possui:

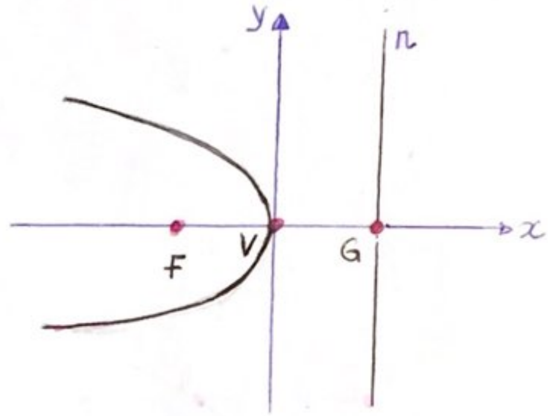
* Eixo de simetria horizontal
* Concavidade à direita
* Vértice na origem
* sua equação será: $\boxed{y^2 = 2Px}$




## Equação 2

Quando a parábola possui:

* Eixo de simetria horizontal
* Concavidade à esquerda
* Vértice na origem
* sua equação será: $\boxed{y^2 = -2Px}$

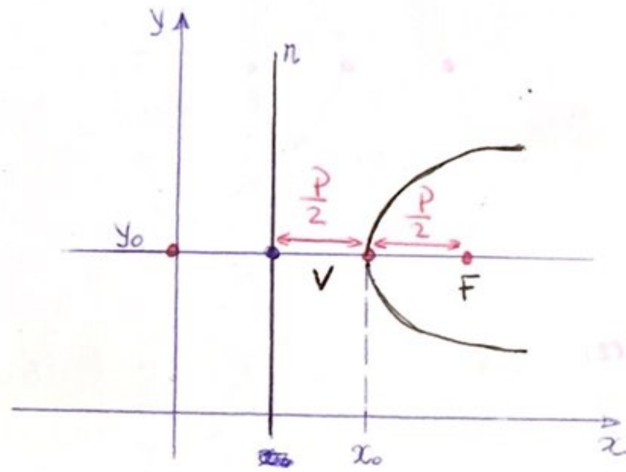



## Equação 3: $V \neq (0,0)$ → Fora da origem

Quando a parábola possui:

* Eixo de simetria horizontal
* Concavidade à direita
* sua equação será:

$$\boxed{(y-y_0)^2 = 2P(x-x_0)}$$

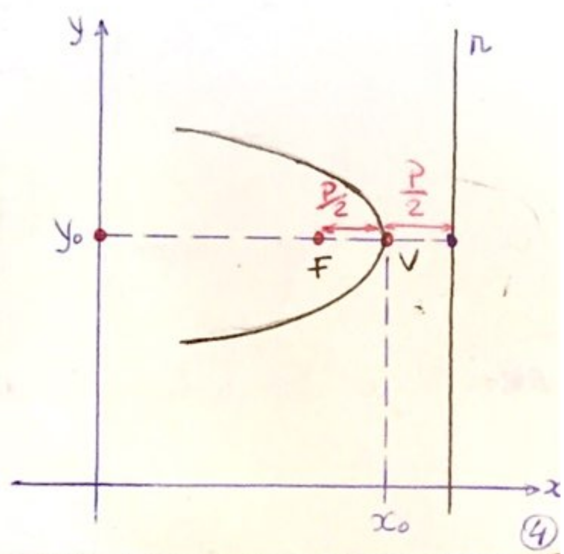



## Equação 4:

Quando a parábola possui:

* Eixo de simetria horizontal
* Concavidade à esquerda
* sua equação será:

$$(y-y_0)^2 = -2P(x-x_0)$$

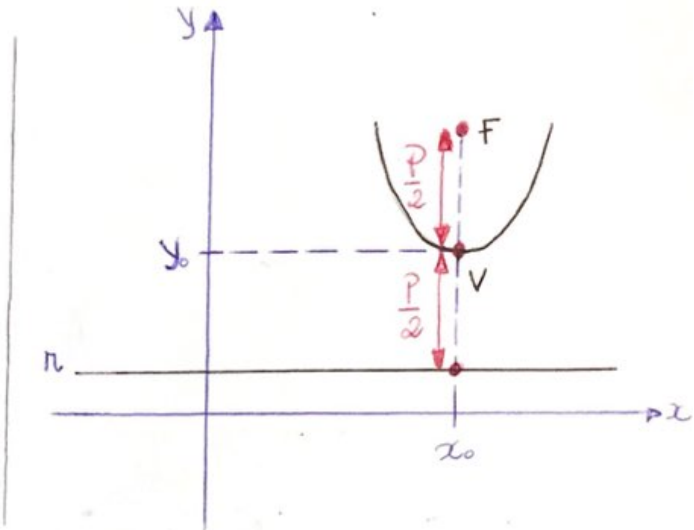


## Equação 5:

Quando a parábola possui:

* Eixo de simetria vertical
* Concavidade para cima
* sua equação será:

$$\boxed{(x-x_0)^2 = 2P(y-y_0)}$$

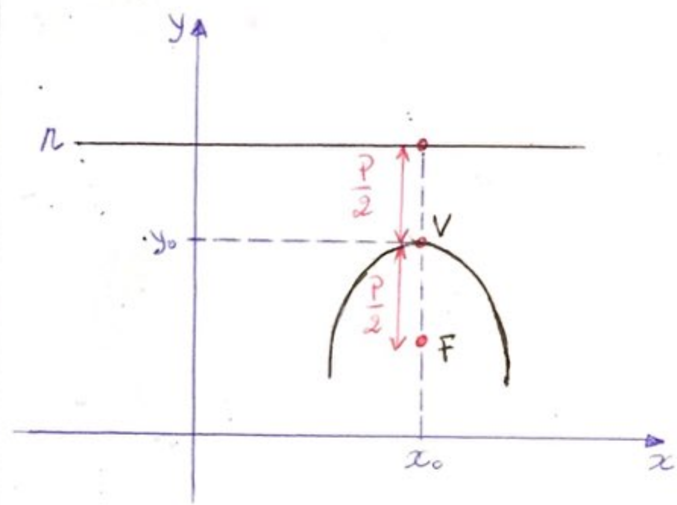



## Equação 6:

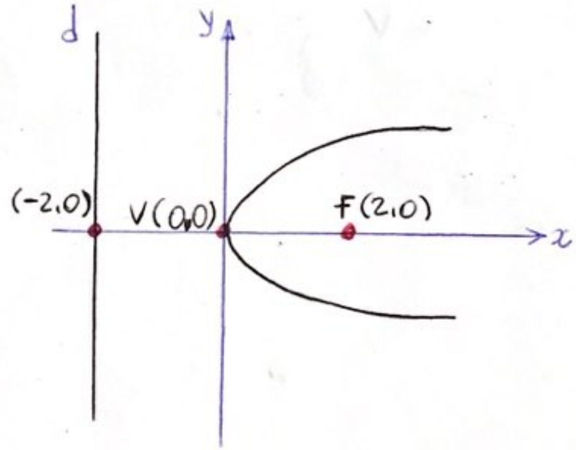
Quando a parábola possui:

* Eixo de simetria vertical
* Concavidade para baixo
* sua equação será:

$$\boxed{(x-x_0)^2 = -2P(y-y_0)}$$




**Exemplo 1:** No gráfico abaixo, a reta **d** representa a diretriz. Determine a equação da parábola.



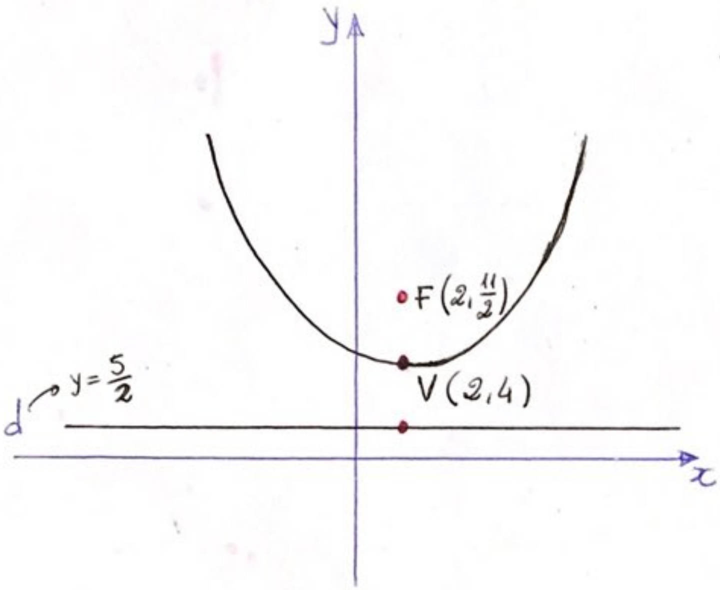

R| A distância entre V e F é 2. Logo o parâmetro p vale 4.

A equação é do tipo $\boxed{y^2 = 2Px}$

$$y^2 = 2 \cdot 4 \cdot x$$

$$\boxed{y^2 = 8x}$$

Exemplo 2: No gráfico abaixo, a reta d representa a diretriz. Determine a equação da parábola.




- A equação é do tipo $\boxed{(x-x_0)^2 = 2P(y-y_0)}$
- O parâmetro possui o dobro da medida da distância entre V e F.

$$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(2-2)^2 + (\tfrac{11}{2}-4)^2}$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{11-8}{2}\right)^2}$$

$$d = \sqrt{\left(\tfrac{3}{2}\right)^2}$$

$$\boxed{d = \frac{3}{2}}$$

Como o parâmetro vale o dobro da distância da medida entre V e F então o parâmetro P vale 3.

- Portanto, concluímos que a equação é:

$$(x-2)^2 = 2.3(y-4)$$

$$\boxed{(x-2)^2 = 6(y-4)}$$